По заданной функции полезности u, вектору полезности p, доходу потребителя M требуется:

1) Найти функцию спроса потребителя и значение функции полезности в оптимальной точке , проверить тождество .

2) Вычислить множитель Лагранжа и предельные нормы замены товаров.

3) Составить модели поведения потребителя при возросших ценах на величину а) без компенсации и б) с компенсацией, а также в) при увеличении дохода на величину ; во всех случаях найти соответствующие значения функции полезности и цены бюджетных множеств, сравнить их с бюджетом потребителя.

4) Сформулировать выводы о влиянии а) некомпенсируемого и б) компенсируемого повышения цен на функции спроса и полезности, в) повышения дохода при неизменных ценах, г) о наличии ценных, взаимозаменяемых и взаимодополняемых товаров, д) о наличии свойства валовой заменимости функции спроса.

ВАРИАНТ 8:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Решение:

Задание 1:

а) Запишем уравнение связи:

б) Составим функцию Лагранжа

в) Найдем частные производные функции по всем аргументам и приравняем их к нулю:

г) Решим полученную систему уравнений, для этого перенесем вторые слагаемые первых двух уравнений в правую часть:

Поделим каждую часть первого уравнения полученной системы на соответствующие части второго уравнения системы:

После сокращений на множитель λ в правой части и деления в левой части запишем уравнение

Откуда находим, что . Подставим в левую часть третьего уравнения системы в) вместо его представление, сменим знаки членов уравнения на противоположные и перенесем свободный член в правую часть:

отсюда  
значит

Запишем функцию спроса потребителя:

Вычислим значение функции полезности в оптимальной точке

Цена бюджетного множества равна:

2) Вычислим множитель Лагранжа в оптимальной точке, используя формулу и принимая для определенности :

Предельные нормы замены одного товара другим вычислим по формуле

для :

для :

3) Составим теперь модели потребителя при возросших ценах и доходе потребителя, найдем соответствующие значения функции полезности и стоимости приобретаемых товаров. С этой целью выполним следующие действия: а) построим матрицу Гессе в оптимальной точке, с этой целью найдем чистые и смешанные производные второго порядка функции полезности в оптимальной точке:

Составим матрицу Гессе

Найдём матрицу, обратную матрицу Гессе:

Вычислим произведение:

По формуле найдем число :

Построим матрицу , для чего выполним определённые действия. вектор-строку :

Вычислим вектор-столбец :

Найдем произведение вектор столбца − на вектор-строку по правилу умножения матриц как произведение одностолбцовой матрицы на однострочную:

Вычислим матрицу :

Составим, наконец, матрицу :

Запишем первое уравнение Слуцкого и найдем изменение спроса в связи с некомпенсируемым ростом цен на величину :

а) для

б) для

Вычислим измененный спрос:

а)

б)

Найдем соответствующие значения функции полезности:

а) ;

б) .

А также соответствующие стоимости приобретенных товаров:

а)

б)

Запишем второе уравнение Слуцкого:

Найдем изменение спроса при компенсируемом росте цен:

а) для :

б) для :

Подсчитаем изменённую величину спроса:

а)

б)

Найдем соответствующее значение функции полезности:

а)

б)

А также стоимость приобретаемых товаров:

а)

б)

Запишем, наконец, третье уравнение Слуцкого

Найдем величину изменения спроса при неизменных ценах в связи с изменением дохода на величину , взятую произвольно:

Подсчитаем измененное значение спроса:

И соответствующее значение функции полезности:

а также общую стоимость приобретенных товаров:

Т. е. стоимость всего множества приобретенных товаров оказалось меньше бюджета потребителя.

4) Сформулируем выводы: а) при некомпенсируемом повышении цены на один из товаров спрос на него падает, а на другой товар остается неизменным, что в обоих случаях ведет к снижению значения функции полезности; общая стоимость приобретаемого множества товаров в первом случае меньше бюджета потребителя, во втором – больше этого бюджета; б) при компенсируемом повышении цены на любой товар спрос на него падает, тогда как на второй товар он растет, растет и стоимость всего множества приобретаемых товаров, оставаясь меньше бюджета потребителя, разумеется, при неизменном значении функции полезности; в) при повышении дохода без изменения цен растет спрос на каждый товар, что ведет к росту функции полезности; г) поскольку, далее, с повышением дохода спрос на любой из товаров растет, то оба товара являются ценными; так как падение спроса на каждый товар приводит к росту спроса на другой товар, то оба товара образуют пару взаимозаменяемых товаров, а это в свою очередь означает, что функция спроса обладает свойством сильной валовой заменимости.